



وزارة التربية
منطقة الجهراء التعليمية
التوجيه الفني للرياضيات

المذكرة الامتحانية

للف

الثاني عشر الادبي

الفصل الدراسي الثاني - العام الدراسي: ٢٠١٨/٢٠١٩

إشراف الموجهة الأولى : أ/ دلال الحجرف

الموجه الفني : أ/ أحمد فيصل العتيبي

إعداد : ثانوية خالد بن سعيد

مدير المدرسة :
أ/ ماجد العنزي

رئيس القسم :
د/ ماجد الفضلي

السؤال الأول :

في تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية متماثلة مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوي ، وليكن S المتغير العشوائي الذي يمثل عدد مرات ظهور الصورة .

- أوجد : (١) فضاء العينة (ف)
(٢) مدى المتغير العشوائي S .
(٣) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي S .
(٤) دالة التوزيع الاحتمالي D للمتغير العشوائي S .

الحل :

$$(١) \text{ ف } = \{ (ص، ص)، (ص، ك)، (ك، ص)، (ك، ك) \}$$

$$(٢) \text{ س } = \{ ٠، ١، ٢ \}$$

عدد الصور	الحدث
٢	(ص، ص)
١	(ص، ك)
١	(ك، ص)
٠	(ك، ك)

$$(٣) \text{ د } (٠) = \frac{١}{٤} ، \text{ د } (١) = \frac{٢}{٤} ، \text{ د } (٢) = \frac{١}{٤}$$

س	٠	١	٢
د(س)	$\frac{١}{٤}$	$\frac{٢}{٤}$	$\frac{١}{٤}$

التطبيق :

في تجربة إلقاء قطعة نقود معدنية متماثلة مرتين متتاليتين وملاحظة الوجه العلوي ، وليكن S المتغير العشوائي الذي يمثل عدد مرات ظهور الكتابة .

- أوجد : (١) فضاء العينة (ف)
(٢) مدى المتغير العشوائي S .
(٣) احتمال وقوع كل عنصر من عناصر مدى المتغير العشوائي S .
(٤) دالة التوزيع الاحتمالي D للمتغير العشوائي S .

الحل :

السؤال الثاني :

الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي د لمتغير عشوائي متقطع سـ :

س	٢	٣	٤	٥
د(س)	٠,١	٠,٣	٠,٥	٠,١

أوجد : (١) التوقع μ

(٢) التباين σ^2

(٣) الانحراف المعياري σ

الحل : التوقع $\mu = \sum س_r \times د(س_r)$

$$3,6 = 0,1 \times 5 + 0,5 \times 4 + 0,3 \times 3 + 0,1 \times 2 =$$

$$\text{التباين } \sigma^2 = \sum س_r^2 \times د(س_r) - (\mu)^2$$

$$= (3,6)^2 - 0,1 \times (5)^2 + 0,5 \times (4)^2 + 0,3 \times (3)^2 + 0,1 \times (2)^2 =$$
$$0,64 =$$

الانحراف المعياري $\sigma = \sqrt{\text{التباين}}$

$$0,8 = \sqrt{0,64} =$$

التطبيق :

الجدول التالي يبين دالة التوزيع الاحتمالي د لمتغير عشوائي متقطع سـ :

س	١	٢	٣	٤
د(س)	٠,٣	٠,١	٠,٥	٠,١

أوجد : (١) التوقع μ

(٢) التباين σ^2

(٣) الانحراف المعياري σ

الحل :

السؤال الثالث :

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي للمتغير العشوائي س هي :

س	١-	٠	١	٢	٣
د(س)	٠,١	٠,٣	ك	٠,٢	٠,٣

أوجد : (١) قيمة ك

(٢) ت(١-) ، ت(٢) ، ت(٤)

الحل :

(١) بما أن الدالة هي دالة توزيع احتمالي :

$$1 = د(١-) + د(٠) + د(١) + د(٢) + د(٣)$$

$$1 = ٠,١ + ٠,٣ + ك + ٠,٢ + ٠,٣$$

$$ك = ١ - ٠,٩ = ٠,١$$

$$(٢) ت(١-) = ل(س ≥ ١) = ٠,١$$

$$ت(٢) = ل(س ≥ ٢) = ٠,١ + ٠,٣ + ٠,٢ = ٠,٧$$

$$ت(٤) = ل(س ≥ ٤) = ١$$

التطبيق :

إذا كانت دالة التوزيع الاحتمالي للمتغير العشوائي للمتغير العشوائي س هي :

س	١	٢	٣	٥
د(س)	٠,١٥	٠,٢	ك	٠,٤

أوجد : (١) قيمة ك

(٢) ت(١) ، ت(٢) ، ت(٤)

الحل :

السؤال الرابع :

الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي T للمتغير العشوائي المتقطع S

س	٢-	٠	٢	٤
ت(س)	٠,١٥	٠,٣٠	٠,٧٥	١

أوجد : (١) ل $(٢- > S \geq ٢)$

(٢) ل $(S < ٠)$

الحل :

$$ل(٢- > S \geq ٢) = ت(٢) - ت(٢-)$$

$$= ٠,٦ - ٠,١٥ = ٠,٤٥$$

$$ل(S < ٠) = ١ - ل(S \geq ٠)$$

$$= ١ - ت(٠)$$

$$= ١ - ٠,٣٠ = ٠,٧$$

التطبيق :

الجدول التالي يبين بعض قيم دالة التوزيع التراكمي T للمتغير العشوائي المتقطع S

س	١	٢	٣	٤
ت(س)	٠,٢٥	٠,٤٠	٠,٦٥	١

أوجد : (١) ل $(٢ > S \geq ٤)$

(٢) ل $(S < ٣)$

الحل :

السؤال الخامس :

إذا كان s متغير عشوائي متصل ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$\left. \begin{array}{l} \text{عندما } 1 \leq s \leq 5 : \quad \frac{1}{4} \\ \text{فيما عدا ذلك} : \quad \text{صفر} \end{array} \right\} = (s)$$

أوجد : (1) $L(s > 3)$

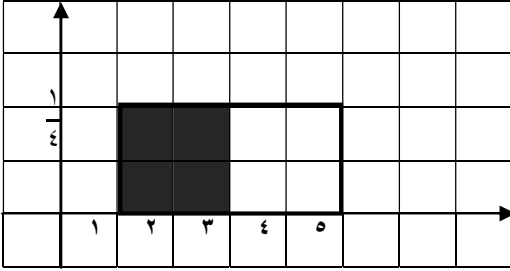
(2) $L(1 \leq s \leq 4)$

الحل :

$$(1) L(s > 3) = \text{مساحة المنطقة المظللة}$$

$$= \text{مساحة المستطيل}$$

$$= \frac{1}{4} = \frac{1}{4} \times 2 =$$

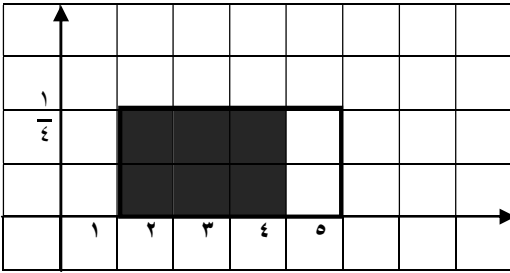


$$(2) L(1 \leq s \leq 4) = \text{مساحة المنطقة المظللة}$$

$$= \text{مساحة المستطيل}$$

$$= \frac{1}{4} \times 3 =$$

$$= \frac{3}{4} =$$



التطبيق :

إذا كان s متغير عشوائي متصل ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$\left. \begin{array}{l} \text{عندما } 0 \leq s \leq 2 : \quad \frac{1}{2} \\ \text{فيما عدا ذلك} : \quad \text{صفر} \end{array} \right\} = (s)$$

أوجد : (1) $L(s > \frac{3}{2})$

(2) $L(s \leq 1)$

الحل :

السؤال السادس :

إذا كان s متغير عشوائي متصل ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} s \\ \text{عندما } : 0 \leq s \leq 2 \\ \text{فيما عدا ذلك} : \text{صفر} \end{array} \right\} = f(s)$$

أوجد : (١) $L(s > 1)$

(٢) $L(s \leq 1)$

(٣) $L(s = 1)$

الحل :

$$D(0) = 0 \times \frac{1}{4} = \text{صفر} ، D(1) = 1 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{4} ، D(2) = 2 \times \frac{1}{4} = \frac{1}{2}$$

(١) $L(s > 1) = \text{مساحة المنطقة المظللة}$

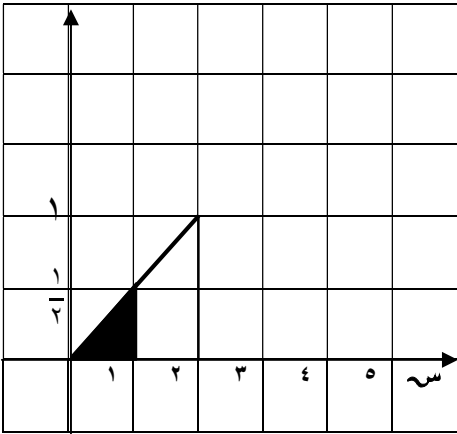
$$\frac{1}{4} = \frac{1}{2} \times 1 \times \frac{1}{2} =$$

(٢) $L(s \leq 1) = 1 - L(s > 1)$

$$1 - \frac{1}{4} =$$

$$\frac{3}{4} =$$

(٣) $L(s = 1) = \text{صفر}$



التطبيق :

إذا كان s متغير عشوائي متصل ودالة كثافة الاحتمال له هي :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{8} s \\ \text{عندما } : 0 \leq s \leq 4 \\ \text{فيما عدا ذلك} : \text{صفر} \end{array} \right\} = f(s)$$

أوجد : (١) $L(s > 2)$ ، (٢) $L(s \leq 2)$ ، (٣) $L(s = 2)$

الحل :

السؤال السابع :

الدالة د تتبع التوزيع الاحتمال المنتظم للمتغير العشوائي سـ وهي معرفة كالتالي :

$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{3} \\ \text{عندما : } 3 \geq s \geq 0 \\ \text{صفر : فيما عدا ذلك} \end{array} \right\} = (s) د$$

(1) أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة .

(3) أوجد لـ $(1 \leq s \leq 3)$

(3) أوجد التوقع والتباين

الحل :

$$b = 3, a = 0$$

(1) لإثبات أن الدالة د هي دالة كثافة يجب ان تكون المساحة تحت المنحني = 1

المنطقة المستطيلة = الطول \times العرض

$$1 = \frac{1}{3} \times 3 =$$

إذاً هي دالة كثافة الاحتمال

(2) لـ $(1 \leq s \leq 2)$ = مساحة المنطقة المظلمة

$$\frac{2}{3} = 2 \times \frac{1}{3} =$$

$$(3) \text{ التوقع} = \frac{b+a}{2} = \frac{3+0}{2} = \frac{3}{2}, \text{ التباين} = \frac{(b-a)^2}{12} = \frac{(3-0)^2}{12} = \frac{3}{4}$$

التطبيق :

الدالة د تتبع التوزيع الاحتمال المنتظم للمتغير العشوائي سـ وهي معرفة كالتالي :

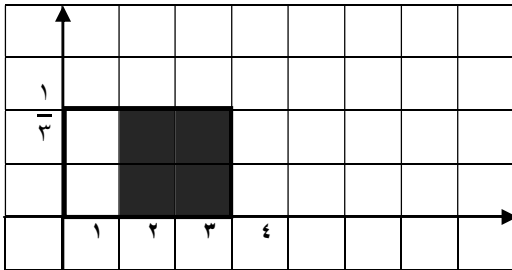
$$\left. \begin{array}{l} \frac{1}{4} \\ \text{عندما : } 2 \leq s \leq 2 \\ \text{صفر : فيما عدا ذلك} \end{array} \right\} = (s) د$$

(1) أثبت أن هذه الدالة هي دالة كثافة .

(3) أوجد لـ $(1 \leq s \leq 2)$

(3) أوجد التوقع والتباين للدالة د

الحل :



السؤال الثامن :

في تجربة القاء حجر نرد منتظم ٥ مرات متتالية أوجد احتمال ظهور العدد ٤ مرتين

$$\text{الحل : } n = 5, \quad l = \frac{1}{6}, \quad s = 2$$

باستخدام توزيع ذي الحدين

$$l \binom{n}{s} = \binom{5}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(1 - \frac{1}{6}\right)^{5-2}$$

$$= \binom{5}{2} \left(\frac{1}{6}\right)^2 \left(\frac{5}{6}\right)^3 \approx 0,1608$$

التطبيق :

في تجربة القاء حجر نرد منتظم ٦ مرات متتالية أوجد احتمال ظهور العدد ٣ مرتين

الحل :

السؤال التاسع :

إذا كان المتغير سـ يمثل درجات الطلاب في مادة ما وهو يتبع التوزيع الطبيعي وتوقعه $\mu = 88$ ، و تباينه $\sigma^2 = 25$

$$(1) \text{ أوجد ل (} 78 \leq \text{سـ} \leq 90 \text{)}$$

$$(2) \text{ أوجد ل (} \text{سـ} \leq 83 \text{)}$$

$$\text{الحل : } \mu = 88, \sigma = \sqrt{25} = 5$$

$$(1) \text{ بوضع } \text{س}_1 = 78 \Leftrightarrow \frac{\text{س}_1 - \mu}{\sigma} = \text{و}_1 = \frac{78 - 88}{5} = -2$$

$$\text{بوضع } \text{س}_2 = 90 \Leftrightarrow \frac{\text{س}_2 - \mu}{\sigma} = \text{و}_2 = \frac{90 - 88}{5} = 0,4$$

$$\text{ل (} 78 \leq \text{سـ} \leq 90 \text{)} = \text{ل (} \text{و}_1 \leq \text{و} \leq \text{و}_2 \text{)} = \text{ل (} -2 \leq \text{و} \leq 0,4 \text{)}$$

$$= 0,63267 = 0,2275 - 0,65542$$

$$(2) \text{ بوضع } \text{س} = 83 \Leftrightarrow \frac{\text{س} - \mu}{\sigma} = \text{و} = \frac{83 - 88}{5} = -1$$

$$\text{ل (} \text{سـ} \leq 83 \text{)} = 1 - \text{ل (} \text{و} \geq -1 \text{)}$$

$$= 1 - \text{ل (} \text{و} \geq -1 \text{)}$$

$$= 1 - 0,15866 = 0,84134$$

التطبيق :

إذا كان المتغير سـ يمثل درجات الطلاب في مادة ما وهو يتبع التوزيع الطبيعي وتوقعه $\mu = 16$ ، و تباينه $\sigma^2 = 16$

$$\text{أوجد ل (} 14 \leq \text{سـ} \leq 18 \text{)}$$

$$\text{أوجد ل (} \text{سـ} \leq 11 \text{)}$$

الحل :

السؤال العاشر :

مثل بيانياً منطقة الحل المشترك للمتباينتين :

$$س + ص \geq 1, \quad س - ص < 2$$

الحل :

المعادلة المناظرة $س - ص = 2$

س	٣	٢	١
ص	١	٠	-١

لمعرفة منطقة الحل نعوض (٠، ٠)

$$2 \leq 0 - 0$$

عبارة خاطئة $2 \leq 0$

نظل الجزء الذي **لا يحوي** نقطة الأصل

المعادلة المناظرة : $س + ص = 1$

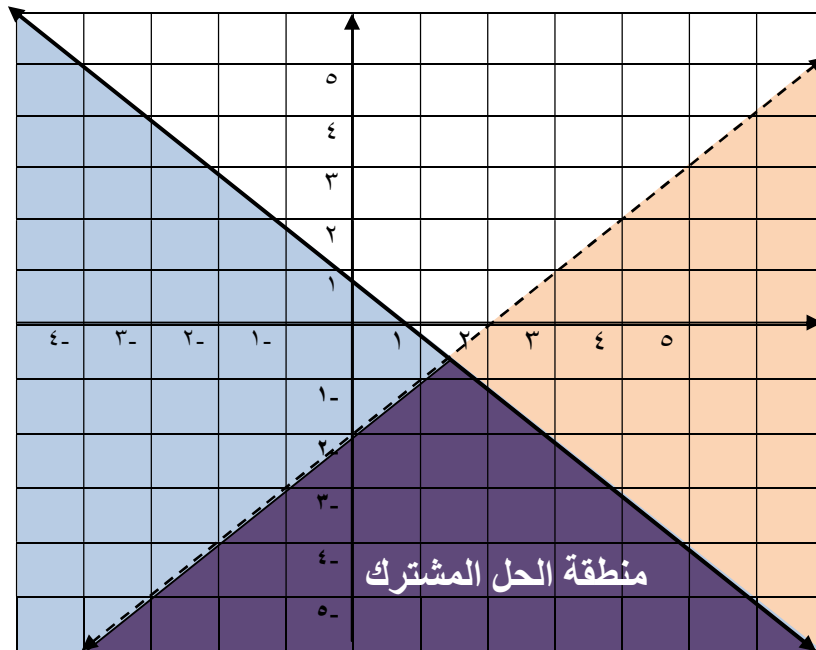
س	٠	١	٢
ص	١	٠	-١

لمعرفة منطقة الحل نعوض (٠، ٠)

$$1 \geq 0 + 0$$

عبارة صحيحة $1 \geq 0$

نظل الجزء الذي **يحتوي** نقطة الأصل



السؤال الحادي عشر :

أوجد بيانياً مجموعة حل المتباينات التالية :

$$س < ٠ ، ص \leq ٠ ، س + ٢ص \geq ٤ ، س + ص \geq ٣$$

ثم أوجد من مجموعة الحل (س ، ص) التي تجعل دالة الهدف هو أصغر ما يمكن

$$\text{حيث } ه = ٥س + ٤ص$$

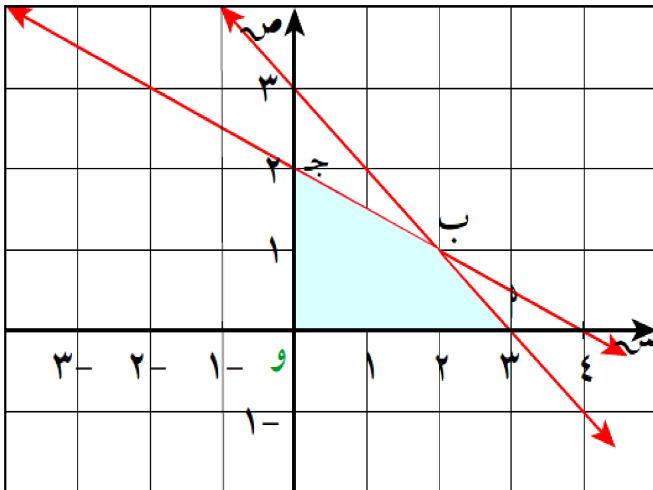
الحل : س < ٠ ، ص \leq ٠ يحددان معاً الربع الاول

المعادلة المناظرة : س + ٢ص = ٤

س	٠	٤
ص	٢	٠

المعادلة المناظرة : س + ص = ٣

س	٠	٣
ص	٣	٠



مجموعة حل المتباينات

تمثل برؤوس النقاط ب ج و

$$(٠, ٠) ، (٢, ٠) ، (١, ٢) ، (٠, ٣)$$

بما أن دالة الهدف :

$$ه = ٥س + ٤ص$$

بالتعويض :

$$١٥ = ٠ \times ٤ + ٣ \times ٥ = ه_١ : (٠, ٣)$$

$$١٤ = ١ \times ٤ + ٢ \times ٥ = ه_٢ : (١, ٢)$$

$$٨ = ٢ \times ٤ + ٠ \times ٥ = ه_٣ : (٢, ٠)$$

$$٠ = ٠ \times ٤ + ٠ \times ٥ = ه_٤ : (٠, ٠)$$

إذا دالة الهدف ه تكون أصغر ما يمكن عند النقطة (٠, ٠) وقيمتها تساوي صفر .

